

**Lezione 02/03/2004**  
**Testo pagg. 72-82**

- a) Cinematica inversa di velocità
- b) Singolarità: definizioni; configurazioni singolari
- c) Esempi di singolarità di braccio e di polso
- d) Cinematica diretta e inversa accelerazione
- e) Convenzioni di Denavith-Hartenberg: introduzione

$$\begin{matrix} \underline{q} & j & \underline{p} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \dot{\underline{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

VELOCITÀ GIUNTI

$$\dot{\underline{p}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{g}_1 \end{bmatrix}$$

VEL. CARTESIANE

$$\dot{\underline{p}} = \mathbf{J}(\underline{q}) \dot{\underline{q}}$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ 6 \times 1 & 6 \times 1 \\ \text{matrice} \\ \text{generica} & 6 \times 6 \end{matrix}$

**JACOBIANO**  
**CIN. DIR. VEL.**

se  $\mathbf{J}$  quadrata è possibile scrivere

$$\underline{\dot{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\underline{q}) \dot{\underline{p}}$$

**CIN. INV. VEL.**

SE NON ESISTE?

$$\det(\mathbf{J}(\underline{q})) = 0$$

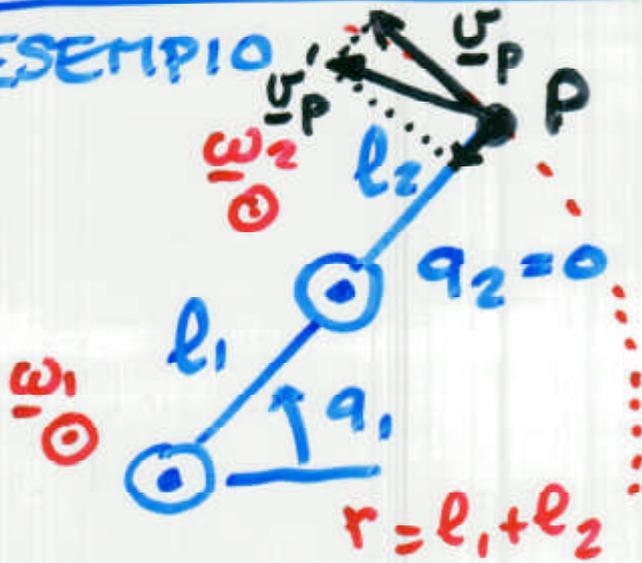


$\underline{q}_s$  CONFIG. SINGOLARI

$$\mathbf{J}^{-1}(\underline{q}) = \frac{1}{\det \mathbf{J}} \dots$$

$$\dot{q} = J^{-1}(q_s) \dot{p} \rightarrow \infty$$

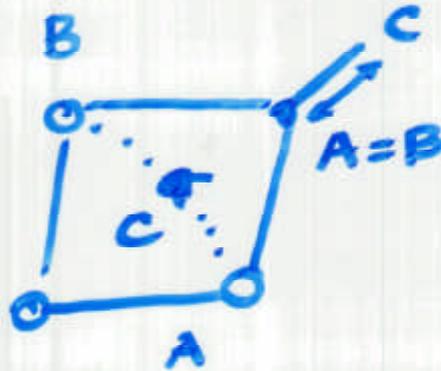
ESEMPIO



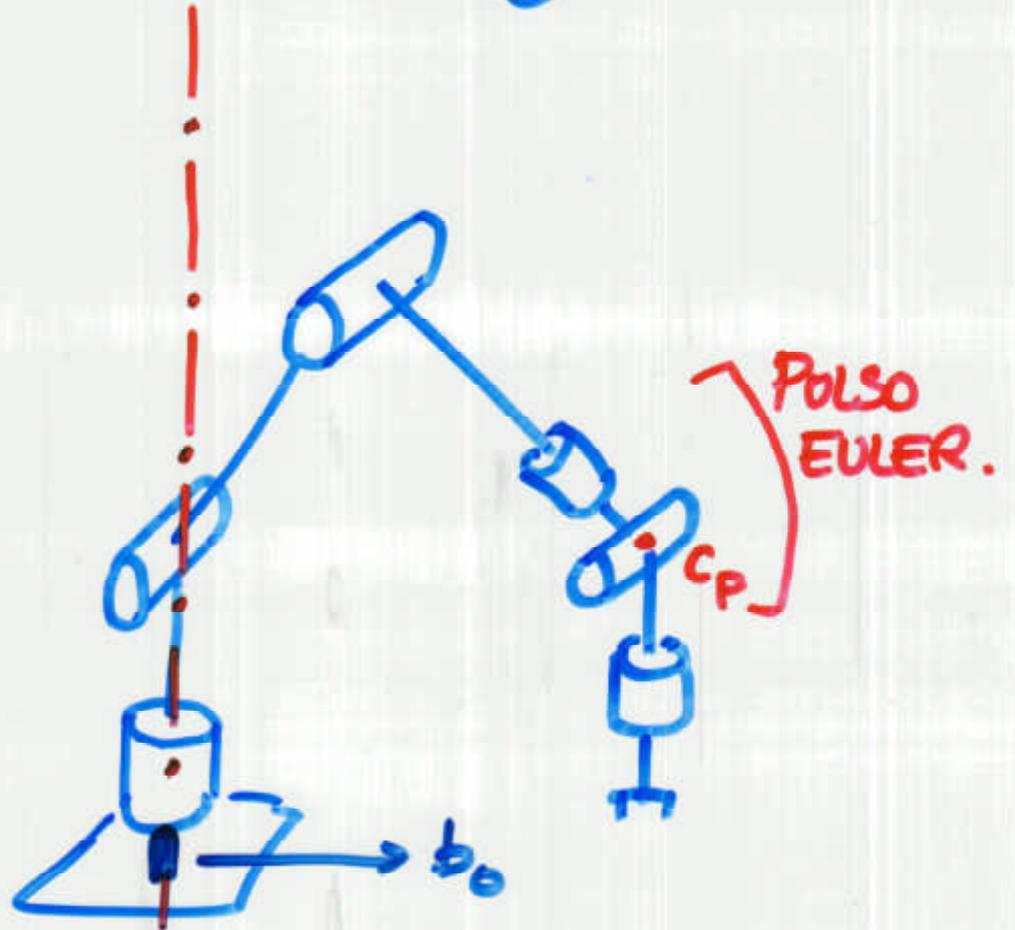
È SINGOLARE  
 $q_1, q_2$  quadranti  
 $q_2 = 0$

$|q_2| < q_{min}$

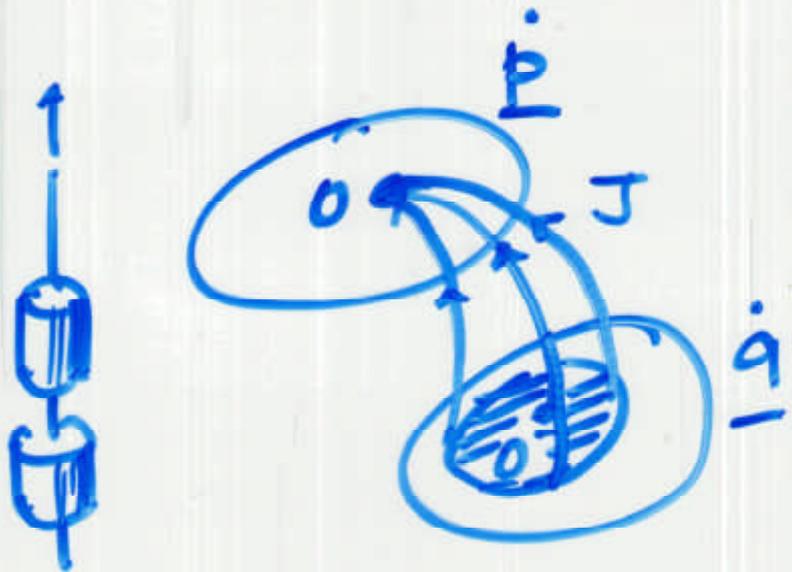
$$\underline{\omega}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_i \end{bmatrix}$$

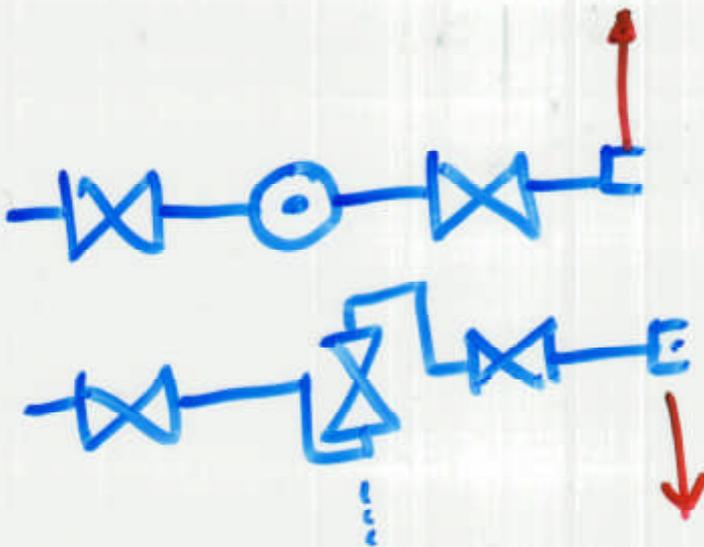
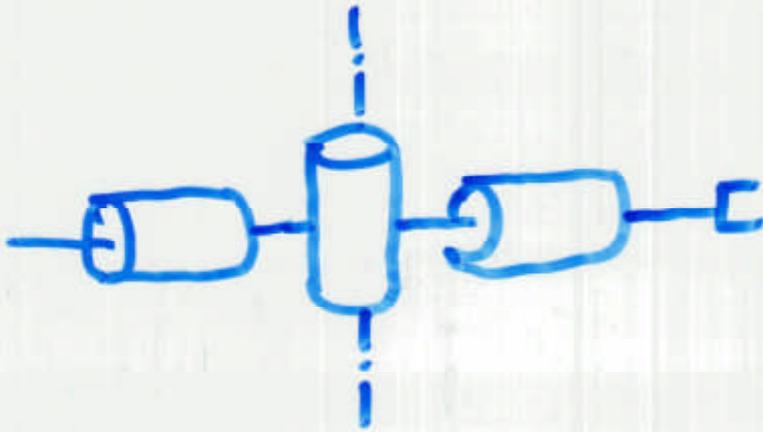


# SINGOLARITÀ POLSO



$$n = p + v$$





$$\dot{p} = J \dot{q}$$

$$\ddot{p} = \dot{J}(q) \dot{q} + J(q) \ddot{q}$$

$$\ddot{q} = J^{-1}(q) [\ddot{p} - \dot{J}(q) \dot{q}]$$

COME DEFINISCO  $q_i$  ? (2)

COME DEFINISCO  $p$  (1)

5

$$\textcircled{1} \quad \underline{p} = \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \dots \\ \underline{\alpha} \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \times 1 \\ 3 \times 1 \end{matrix}$$

$\underline{x} \rightarrow$  quasi sempre una  
tema di coord  
CARTESIANE

$\underline{\alpha} \rightarrow$  angoli di Eulero  
" di RPY

$\underline{p}_1 + \underline{p}_2$  è possibile?  
 $\underline{p}_1 - \underline{p}_2$  ha senso?

NO !!

$\underline{x}_1 + \underline{x}_2$  ha senso!

$\underline{\alpha}_1 + \underline{\alpha}_2$  ha senso

NO

②

COME DEFINISCO  $q_i$  ?

USO LE CONVENZIONI DI  
DENAVIT - HARTENBERG  
"DH"

2.1 ~~si~~ usate x associare  
1 SIST. DI RIFERIMENTO  
A OGNI BRACCIO

2.2 PERMETTONO DI DEFINIRE  
 $q_i(t)$