MODELLISTICA DINAMICA

- EQ. NEWTON-EULERO

se n = bracci

$2n$ equazioni vettoriali
con vincoli di accoppiamento
tra equazioni

- EQ. DI LAGRANGE

APPROCCIO ENERGETICO

$$i = \boxed{\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}\right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{q}_i} = \mathcal{F}_i}$$

equazione scalare

$1 \leq i \leq n$ = n° coord gen.

$$\begin{bmatrix} q_1(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix} = \underline{q}(t) \quad 6\times1 \qquad \begin{bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{q}_n(t) \end{bmatrix} = \underline{\dot{q}}(t) \quad 6\times1$$

$\mathcal{L}$ = funzione Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \mathcal{C} - \mathcal{P}$$

↳ Energia potenziale

↳ " cinetica

totali

$$\mathcal{L}(\underline{q}(t), \underline{\dot{q}}(t)) = \mathcal{C}(\underline{q}(t), \underline{\dot{q}}(t)) - \mathcal{P}(\underline{q}(t))$$

$$\mathcal{C} = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad \mathcal{P} = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i$$

$\mathcal{D}$ = energia di dissipazione

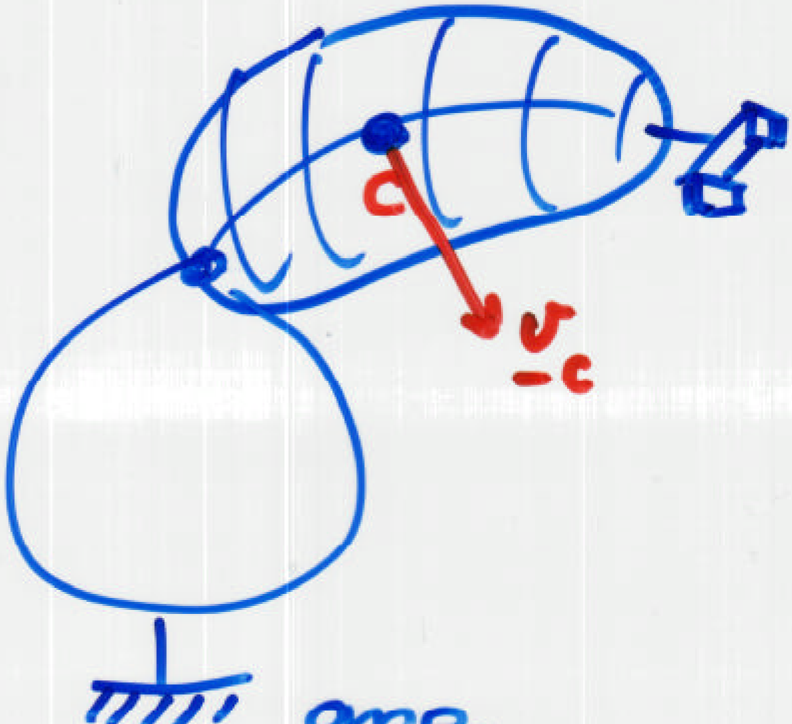
$$= \sum_{i=1}^{n} \mathcal{D}_i$$

$\mathcal{F}_i$ = forze generalizzate

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

i-esimo

$$C_i(\underline{q}(t), \dot{\underline{q}}(t))$$



$$\underline{a}^T \underline{a} = \|\underline{a}\|^2$$

$$C_i = \overbrace{\frac{1}{2} m_i \underline{v}_c^T \underline{v}_c}^{\text{lin.}} + \overbrace{\frac{1}{2} \underline{\omega}^T \Gamma_c \underline{\omega}}^{\text{ang.}}$$

$$= \frac{1}{2} \underline{\phi}^T \begin{bmatrix} m_i I & 0 \\ 0 & \Gamma_c \end{bmatrix} \underline{\phi}$$

$$\underline{\phi} = \begin{bmatrix} \underline{v}_c \\ \underline{\omega} \end{bmatrix}$$

$\underline{\omega}$ = vel. ang. totale

$\underline{v}_c$ = velocità totale del centro di massa

Γ_c = momento d'inerzia rispetto al centro di massa

$\underline{a}^T M \underline{a}$

$\underline{v}_c \Rightarrow \dot{p}$ del centro di massa

CIN DIR VELOCITA'

$\underline{v}_c = \underline{v}_c(\underline{q}, \dot{\underline{q}})$

$\frac{1}{2} m_i \|\underline{v}_c\|^2$ C_i "lineare"

$\underline{\omega} = \underline{\omega}(\underline{q}, \dot{\underline{q}})$

CIN. DIR. VELOCITA'

DATI:

$\frac{1}{2} \underline{\omega}^T \Gamma_c \underline{\omega}$

PARAMETRI INERZIALI

C C_i "angolare"

$$C_i = \frac{1}{2} \underline{\omega}^T \Gamma_0 \underline{\omega}$$

Γ_0 inerzia rispetto a un punto O_c **fisso**

$$\mathcal{P} = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}_i$$

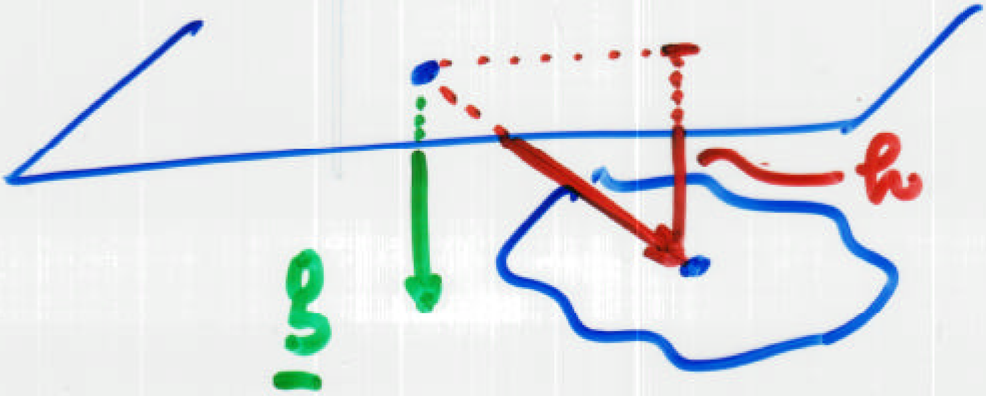
donde "arriva" l'energia potenziale?

elementi elastici
NO: ROBOT RIGIDO

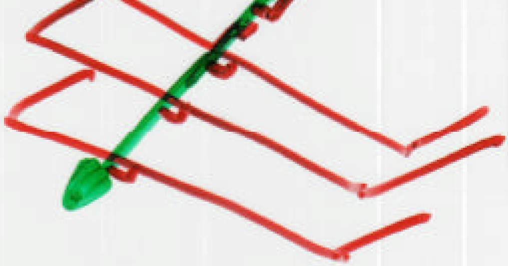
campo gravitazionale
$\downarrow$
⋮
forza "peso"
NON COMPARE NELLE $\mathcal{F}_i$

$$\mathcal{P}_i = -m_i \underline{g}^T \underline{r}_{o,c_i} = m_i h G$$

$$G = \|\underline{g}\|$$



$$= -m_i h G$$



$$\mathcal{D} = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{D}_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \beta \dot{q}_i^2$$

$$= \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T B \underline{\dot{q}}$$

$$\text{con } B = \begin{bmatrix} \beta_1 & & \phi \\ & \beta_2 & \\ \phi & & \ddots \ \beta_n \end{bmatrix}$$

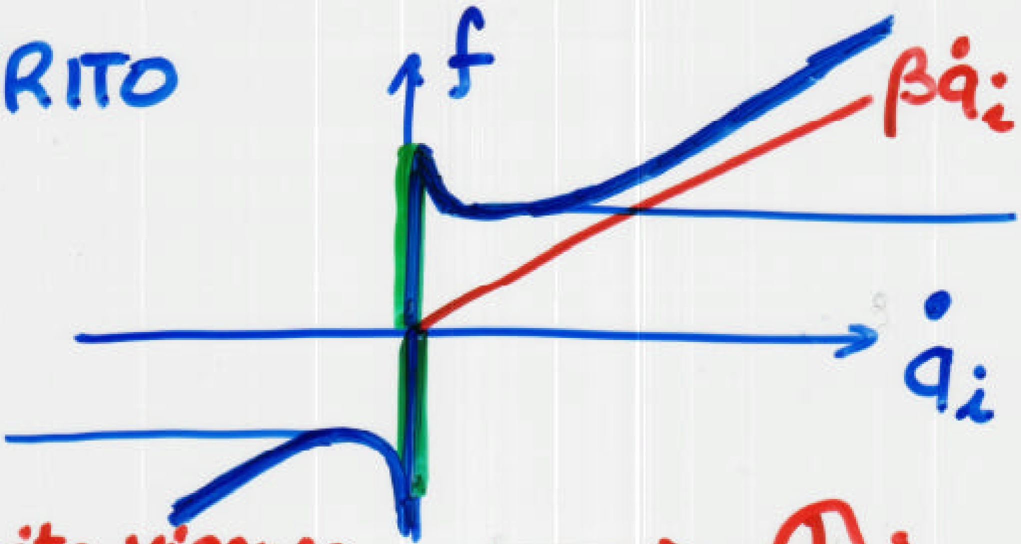
$\mathcal{F}_i$ forze generalizzate agenti sul corpo i

- Coppie motrici +
- forze esterne scambiate nell'interaz. con l'ambiente come vedremo nella Statica
- attriti non inclusi in $\mathcal{D}_i$:

primo distacco & coulombiani

stick & slip

ATTRITO



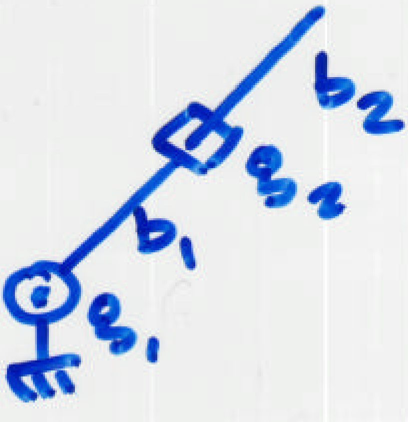
- attrito viscoso $\longrightarrow$ D_i
- " di primo distacco
- " coulombiano

$\longrightarrow$ in $\mathcal{F}_i^{\text{attrito n.v.}}$

ma con il segno $-$

$$\mathcal{F}_i \leftarrow \begin{cases} \text{Coppie/forze motrici } + \\ \text{Coppie/forze di interazione } \pm\, ? \\ \text{attrito non viscoso } - \end{cases}$$


motore lineare che
applica una
forza f
m
b1
q1 = giunto rotoidale


b2
q2
b1
q1