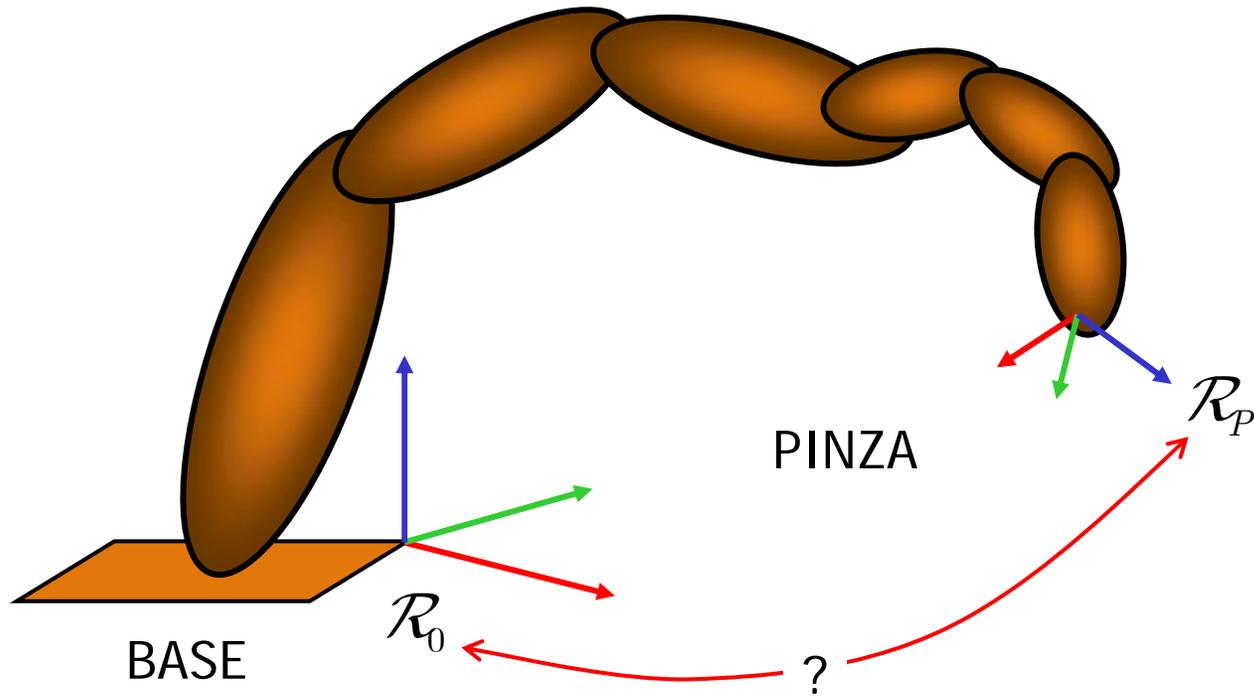


Cinematica

- La cinematica riguarda lo studio delle 4 funzioni che legano le variabili “giunto” con le variabili “cartesiane”
- Cinematica diretta di posizione
- Cinematica inversa di posizione
- Cinematica diretta di velocità
- Cinematica inversa di velocità
- Posizione e velocità di cosa?
- Di solito del riferimento solidale con la punta operativa

Il robot come sistema multi-corpo

Ogni corpo rigido è caratterizzato da 6 parametri, cioè dal sistema di riferimento solidale ad esso



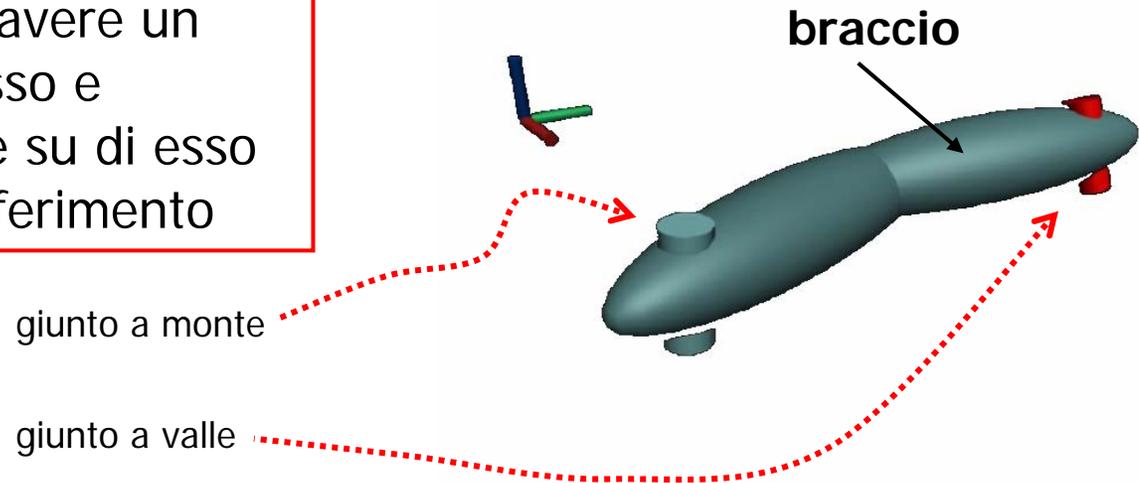
Convenzione per definire i riferimenti

- Su ogni braccio del robot si fissa un riferimento, utilizzando una convenzione, detta di Denavith-Hartenberg (DH)
- Questa convenzione fornisce, per ogni riferimento, un numero di gradi di libertà rispetto al riferimento precedente, caratterizzato da soli 4 parametri, invece che i soliti 6.
- I giunti possono essere rotoidali o prismatici; la convenzione funziona sempre
- Dei 4 parametri, 2 sono associati a una traslazione, 2 a una rotazione
- 3 di questi 4 parametri dipendono esclusivamente dalla **geometria** del robot e sono quindi fissi nel tempo
- Uno dipende dal moto relativo dei corpi ed è quindi una funzione del tempo: esso si indica con $q_i(t)$

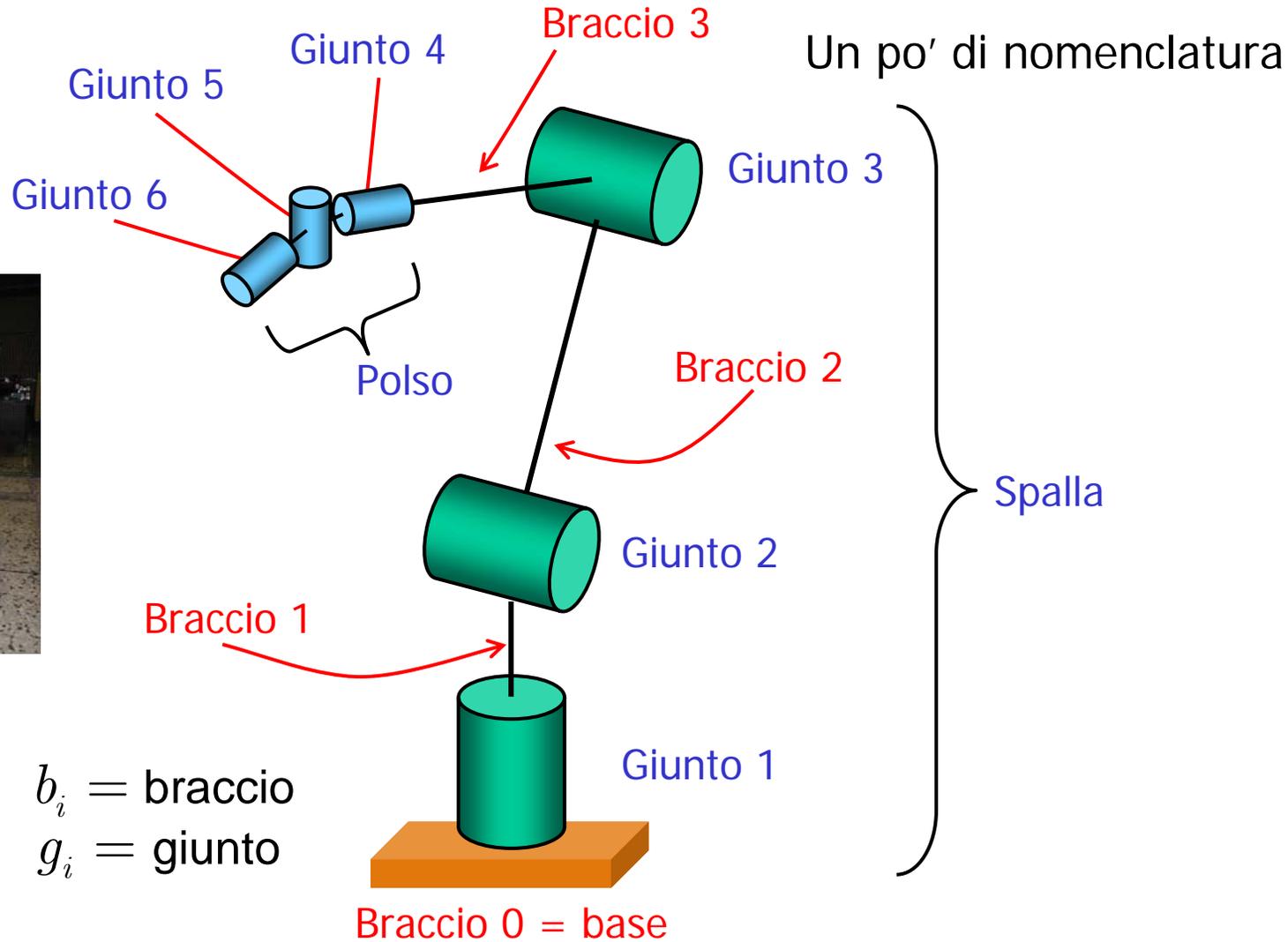
Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-1)

- Abbiamo un sistema multicorpo con n corpi rigidi collegati
- Il braccio può essere fatto come si vuole, non necessariamente simmetrico
- Il braccio è collegato a due giunti, uno a monte (verso la base) uno a valle (verso la punta)

Supponiamo di avere un braccio complesso e vogliamo fissare su di esso un sistema di riferimento

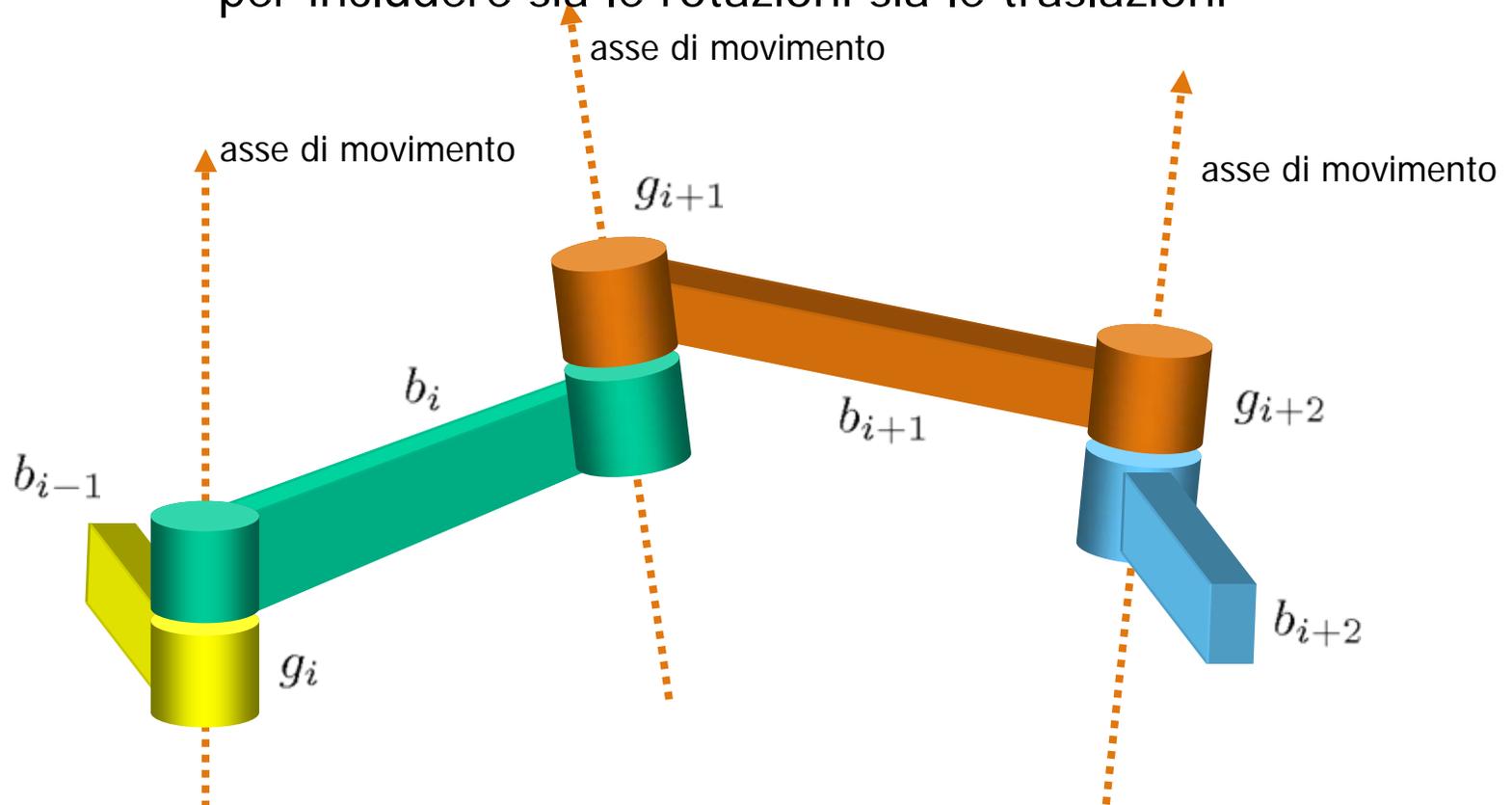


Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-2)



Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-3)

Parliamo di **asse di movimento**
per includere sia le rotazioni sia le traslazioni



Si ha la sequenza

$$b_0 - g_1 - b_1 - g_2 - b_2 - g_3 - b_N$$

la base

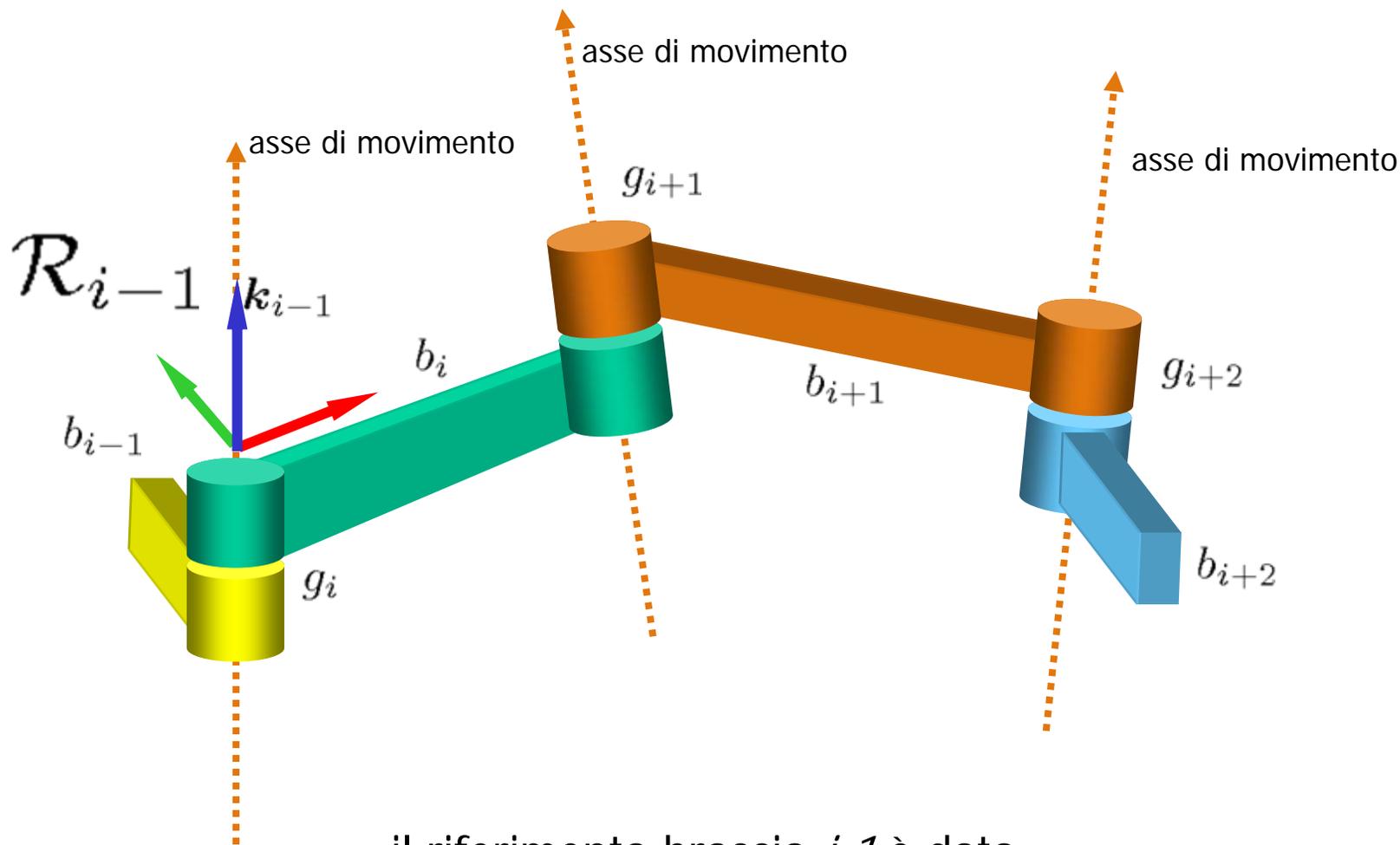
la punta

Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-4)

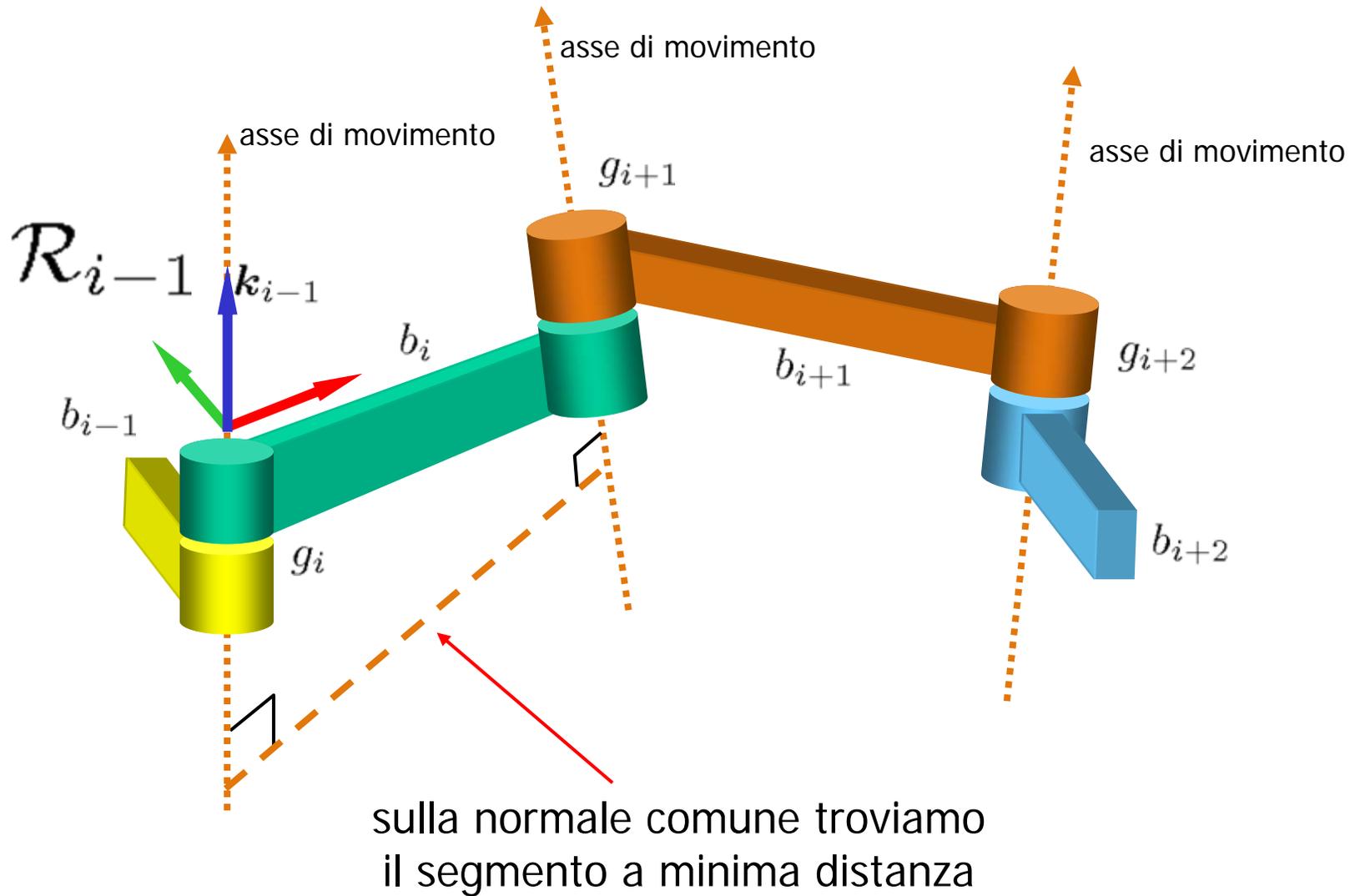
- L'origine del riferimento del braccio in esame si trova sempre sull'asse del giunto a valle (strano, ma vero)
- Origine sta nell'intersezione del segmento a minima distanza tra i due assi
- Il versore \mathbf{k} è allineato all'asse del giunto a valle, mentre il suo verso indica il senso positivo del moto (regola della mano destra)



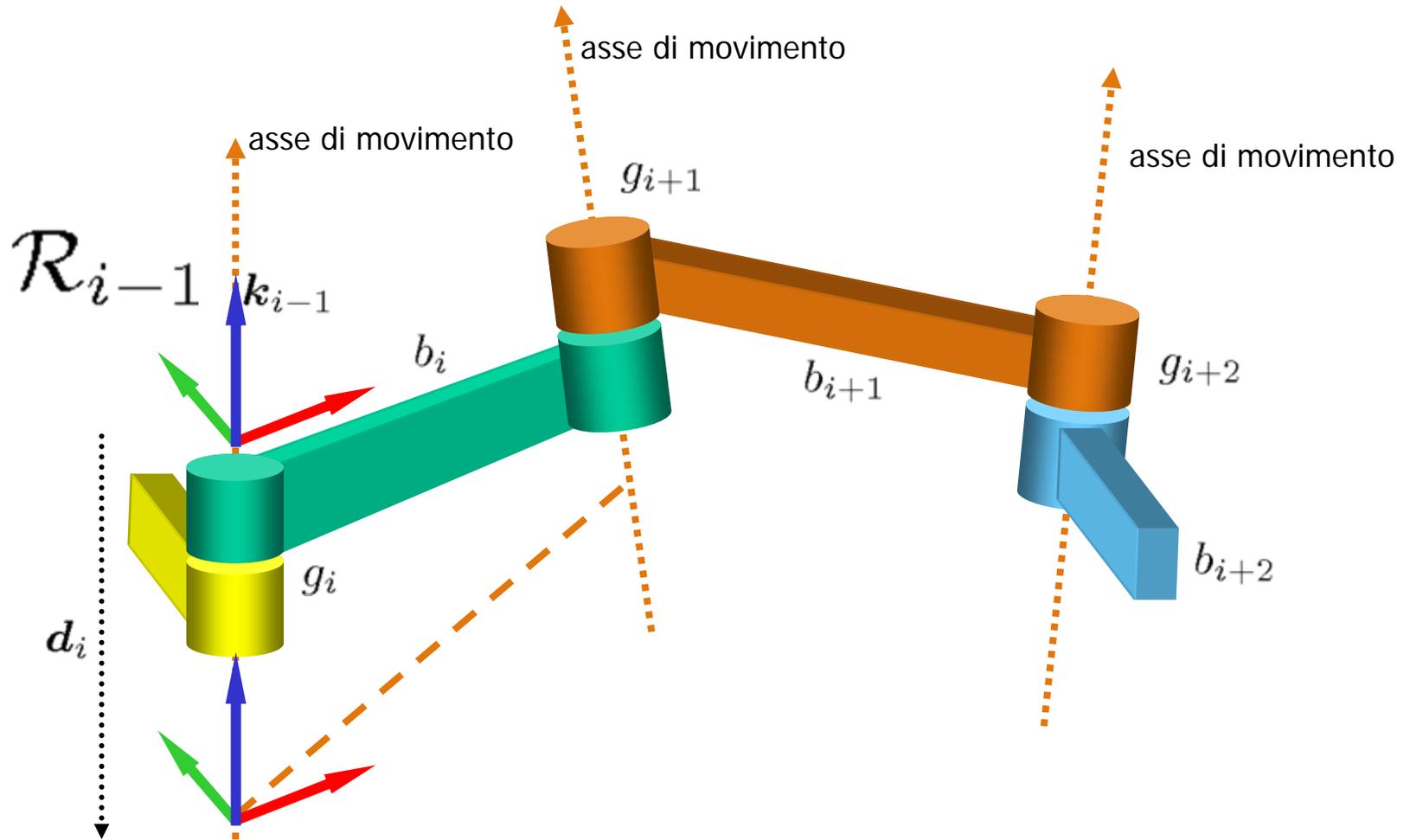
Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-5)



Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-6)

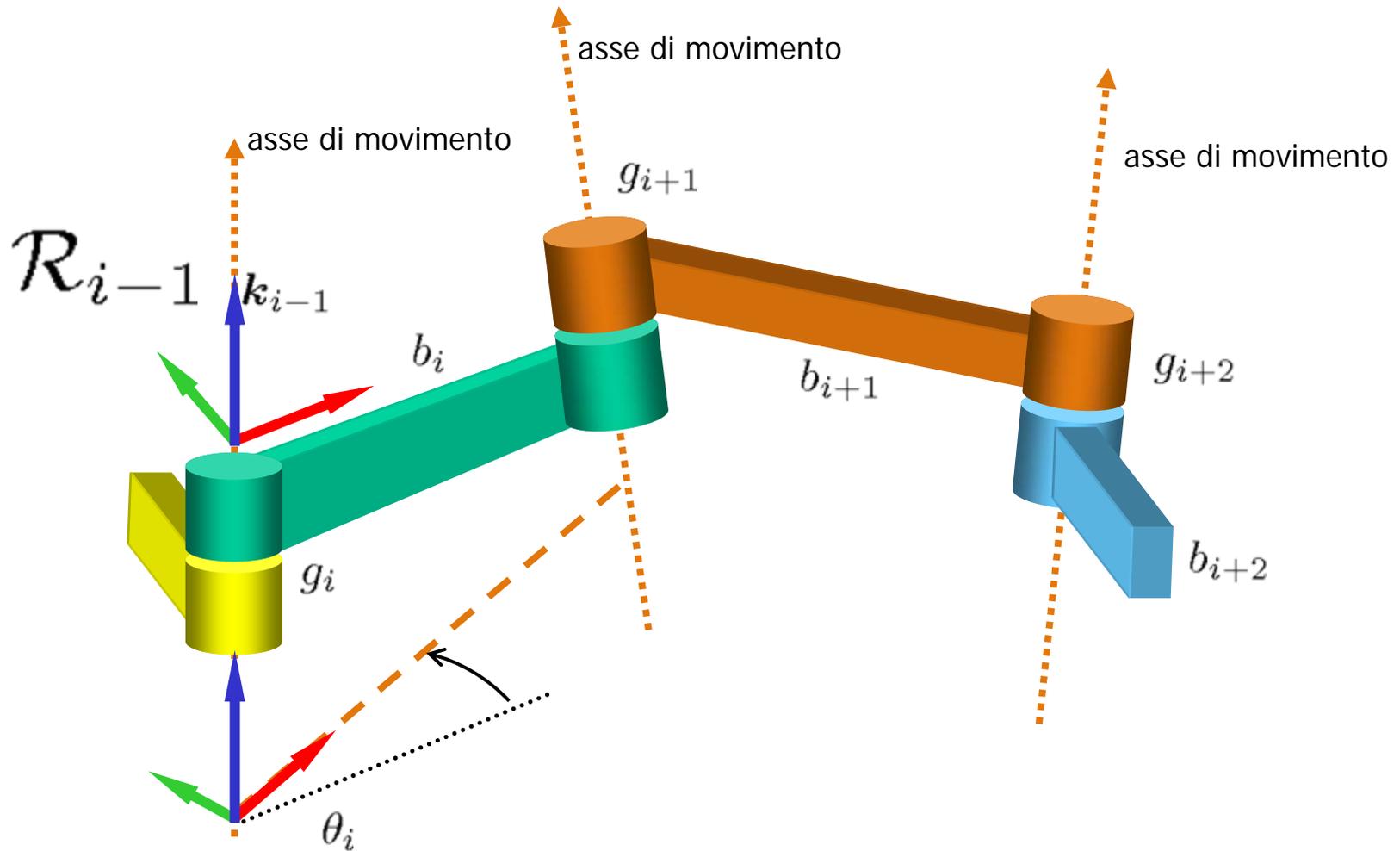


Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-7)



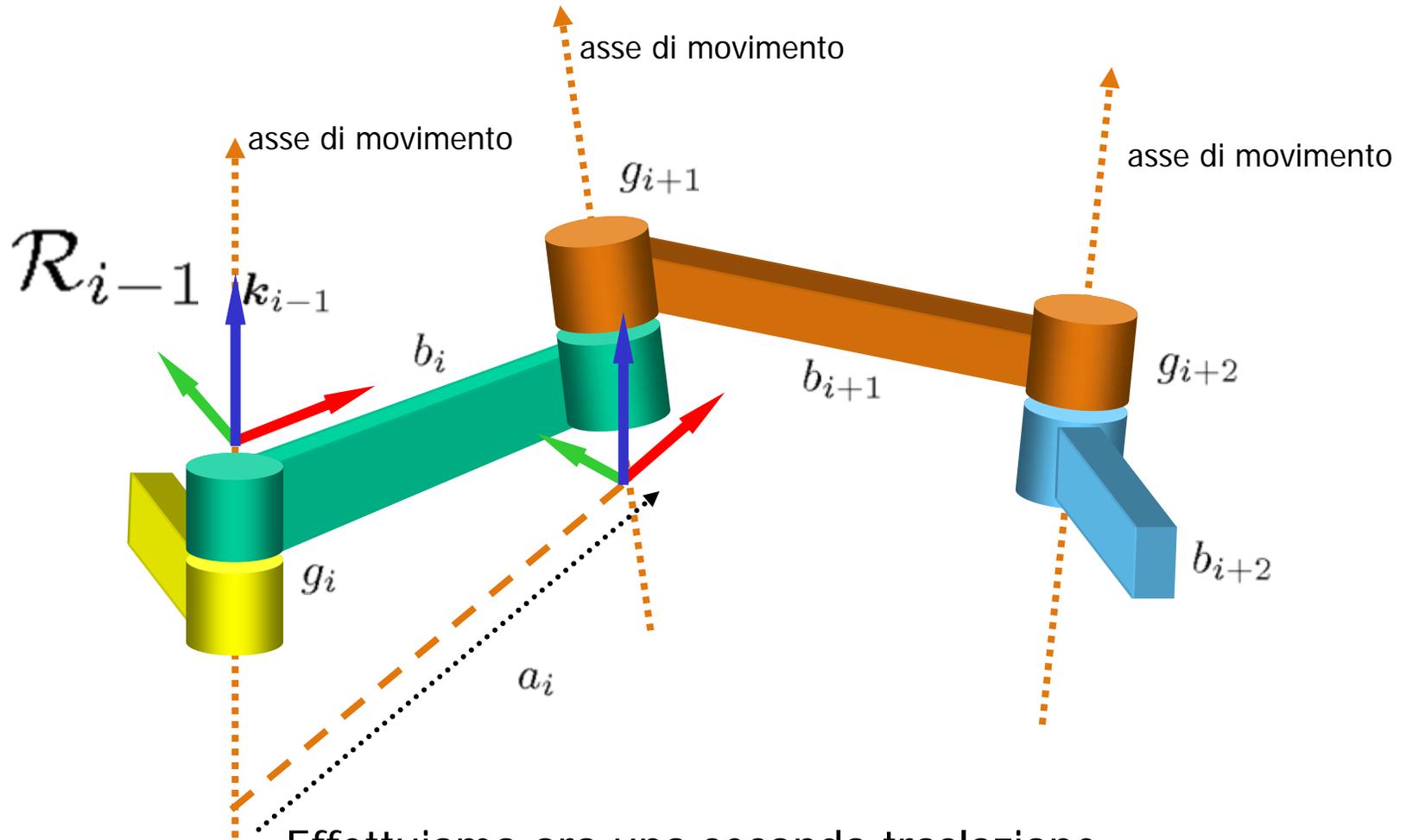
Effettuiamo "idealmente" una prima traslazione che porta il riferimento al piede della normale comune

Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-8)



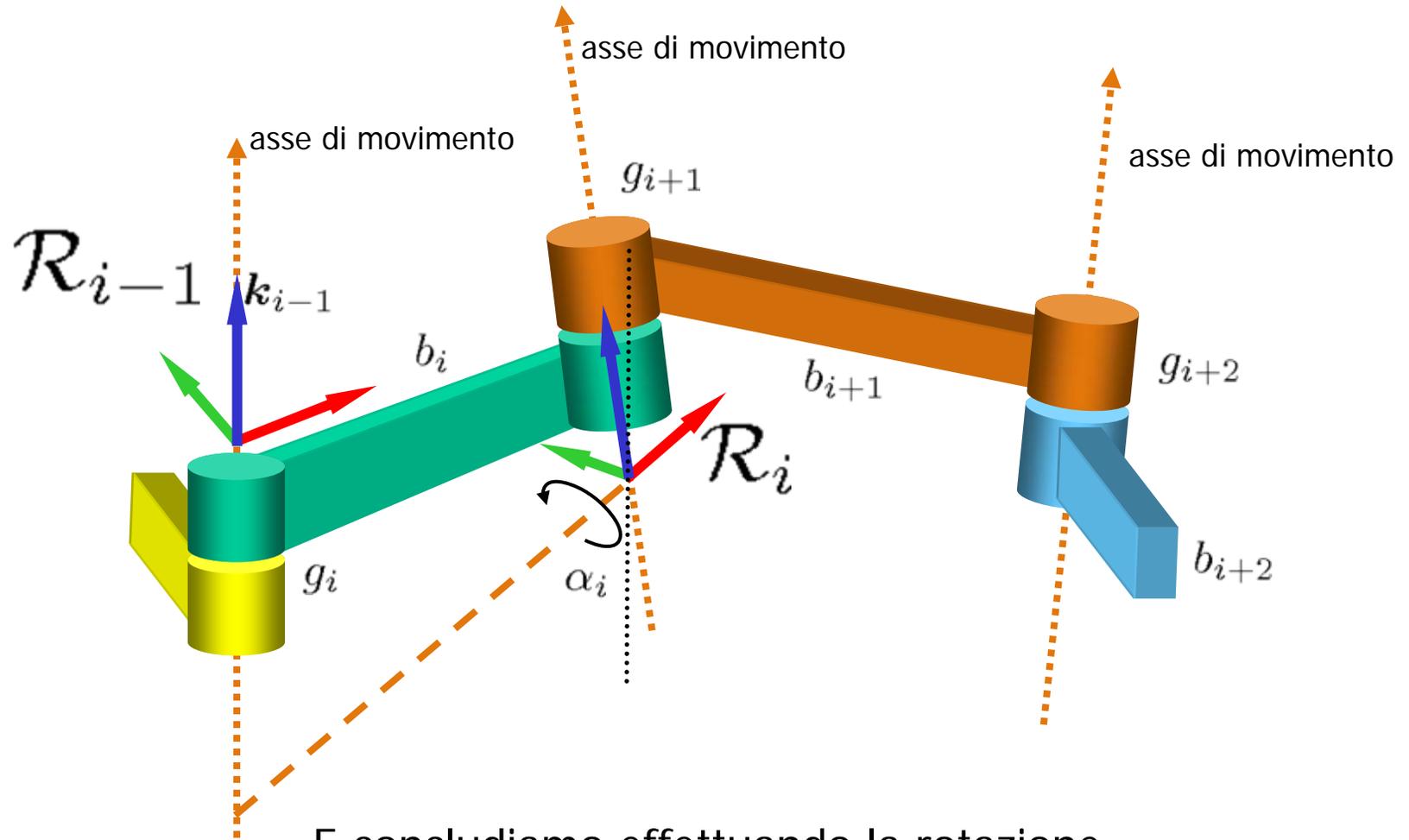
Effettuiamo quindi una rotazione, che allinea il versore \hat{i} lungo il segmento a minima distanza

Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-9)



Effettuiamo ora una seconda traslazione, che porta l'origine nell'altro punto della normale comune

Convenzioni di Denavit-Hartenberg (DH-10)



E concludiamo effettuando la rotazione
che allinea il vettore \mathbf{k} con l'asse di movimento

Eccezioni: Base e punta

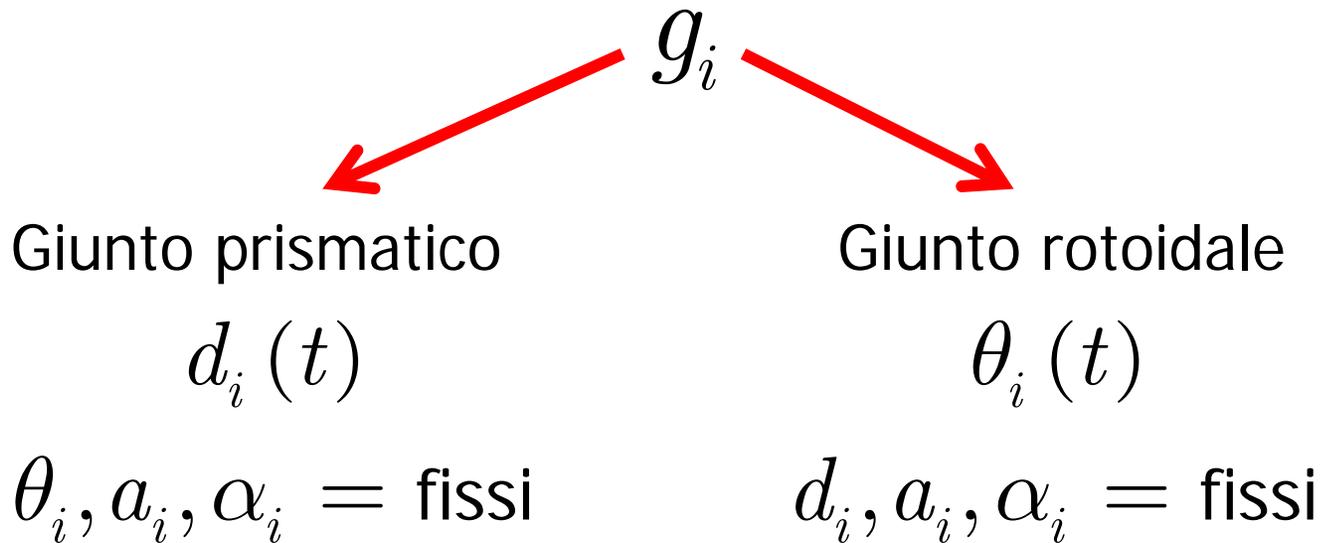
- Sistema di riferimento base
versore \mathbf{k}_0 allineato con l'asse di movimento
- Sistema di riferimento tool
versore \mathbf{i}_n normale al versore asse \mathbf{k}_{n-1}

Parametri DH: sono 4 per ogni \mathcal{R}_i

definiscono la roto-traslazione

$$\mathcal{R}_{i-1} \longrightarrow \mathcal{R}_i$$

dipendono dal tipo di giunto



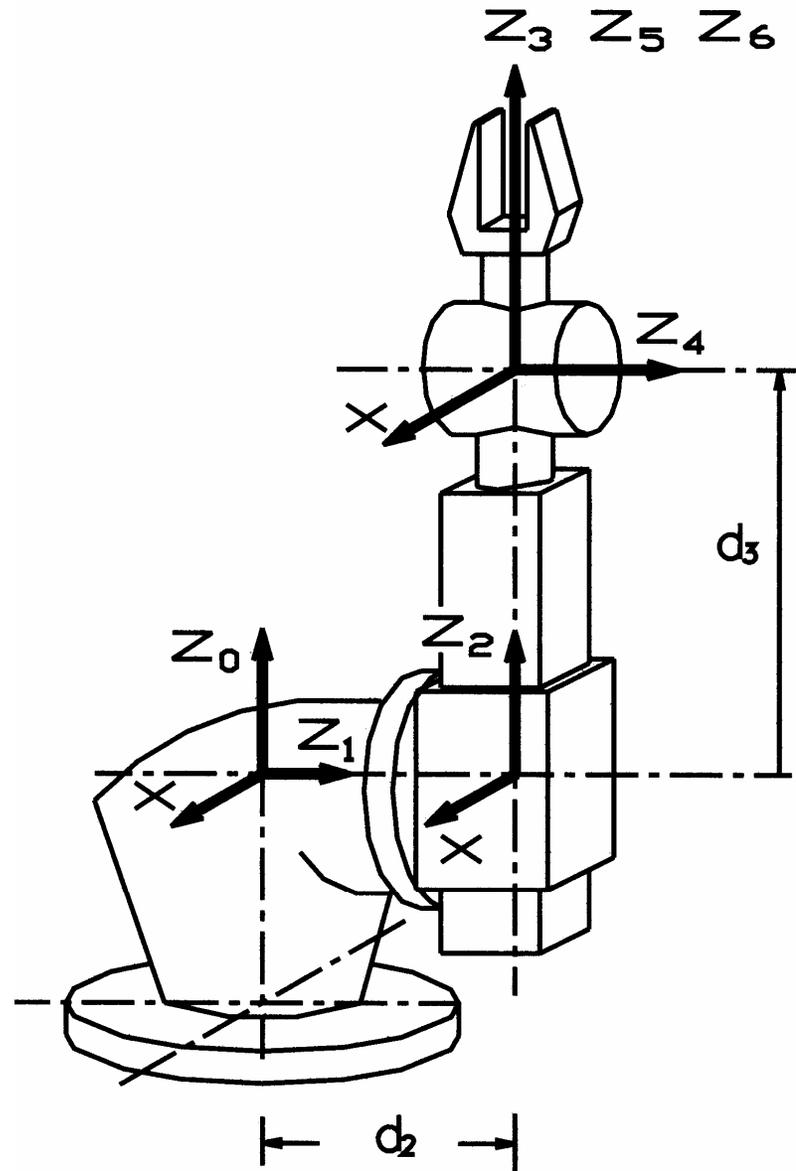
Ricordiamo: matrice omogenea di roto-traslazione

$$T = T(R, t) = \begin{pmatrix} R & t \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{pmatrix}$$

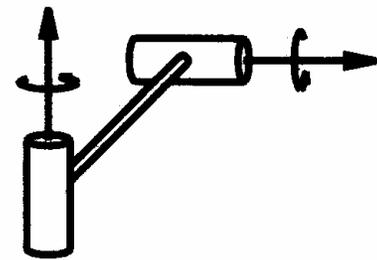
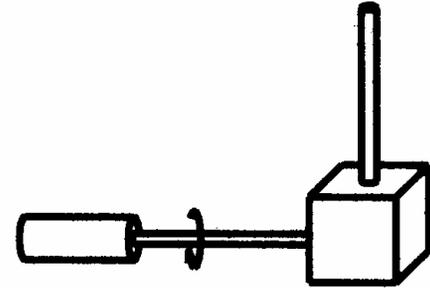
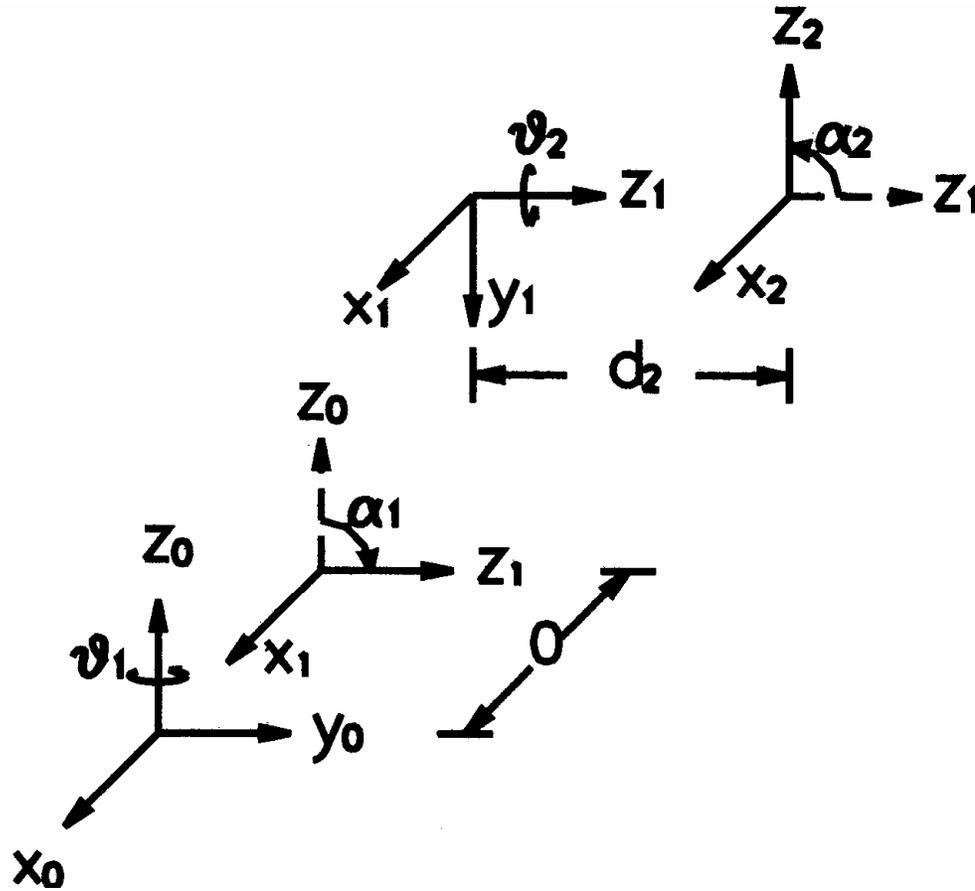
$$T_{i-1}^i = T(I, d)T(R_{k,\theta}, \mathbf{0})T(I, a)T(R_{i,\alpha}, \mathbf{0})$$

$$T_{i-1}^i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Esempio 1



Esempio 2



Esempio 3

